UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAADI
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES
AL HOCEIMA

Cours de l'Electrocinétique

Présenté par:
HADDAD ABDERRAHIM

Haddad.a@ucd.ac.ma

Théorèmes généraux de l’électrocinétique-Régime continu

I.1-Circuit électrique

- **Circuit électrique:** **ensemble de composants électriques interconnectés d'une manière quelconque par des conducteurs.**

- **Composant électrique=élément à 2 bornes (dipole), représenté par :**

- **Dans cette catégorie on trouve par exemple : R, C, bobines, piles, etc.**
- **Dans certains cas le composant à plus de 2 bornes. Par exemple:**
  - **Un transistor (3 bornes),**

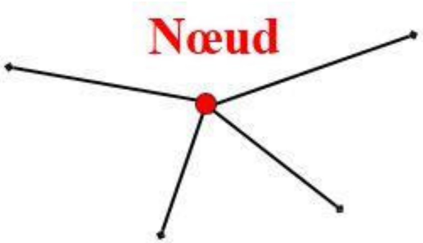
  - **Un transformateur peut en avoir 4 ou plus.**
  - **Un composant à quatre bornes est appelé quadripôle.**

  - **Amplificateur opérationnel (8 bornes)**

➢ Nœud- Branche- Maille

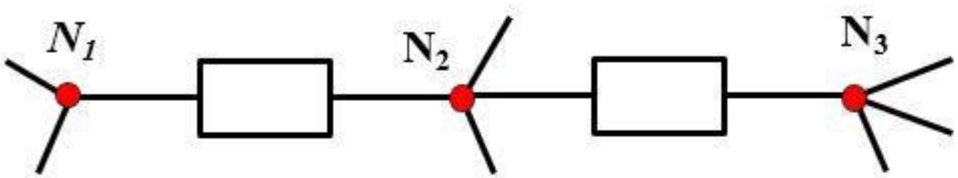
❖ Nœud :

un point du réseau relié à 3 branches au moins.



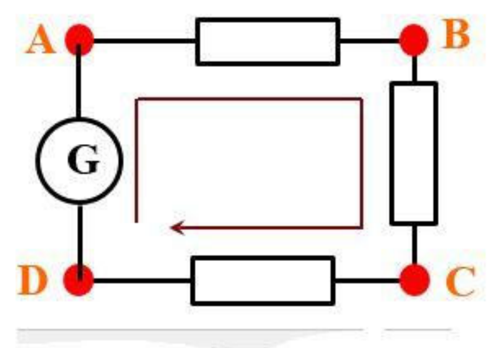
❖ Branche:

plusieurs dipôles reliés en série constituent une branche.



❖ Maille:

une maille est un parcours fermé, constitué de branches et ne passant qu'une seule fois par un nœud donné.



I.2-Dipôle électrique

➢ Définition

- On appelle dipôle électrique un dispositif électrique qui présente deux bornes A et B permettant de le relier à un circuit extérieur.

- On distingue les dipôles générateurs qui fournissent de l’énergie au circuit extérieur et les dipôles récepteurs qui absorbent de l’énergie.

- Certains dipôles ne peuvent être que récepteurs, c’est le cas d’une résistance ou d’une diode par exemple, d’autres peuvent être récepteur ou générateur suivant les cas. Ainsi, une inductance peut absorber de l’énergie électrique à un instant donné et la restituer à un instant ultérieur;

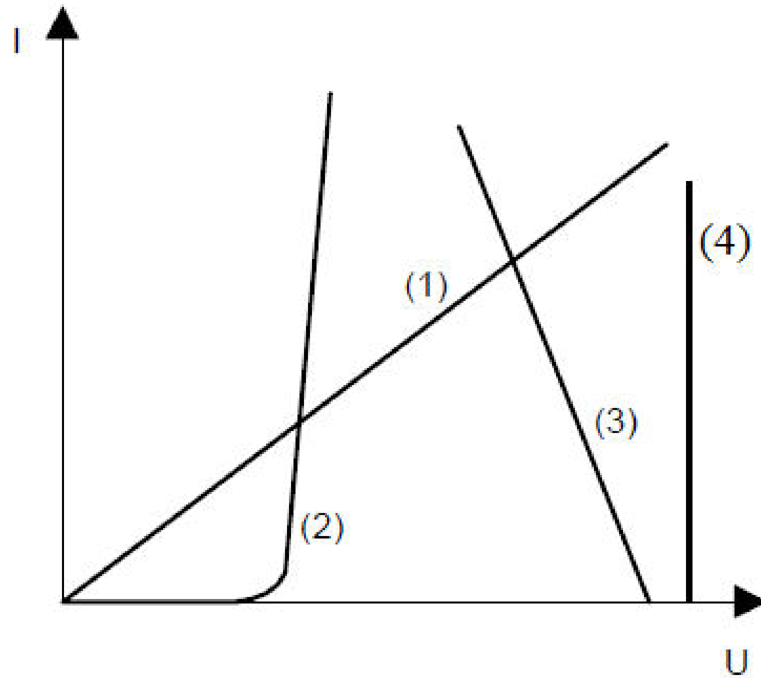
- une batterie peut alimenter un circuit et donc se comporter en générateur, mais aussi être rechargée et devenir récepteur.

I.2-Dipôle électrique

Pour un dipôle passif, on a $I=0$ si $U=0$. Les trois circuits passifs principaux sont la résistance, la bobine d'induction et la capacité.
Pour un dipôle actif la tension à vide n'est pas nulle.

Exemple:

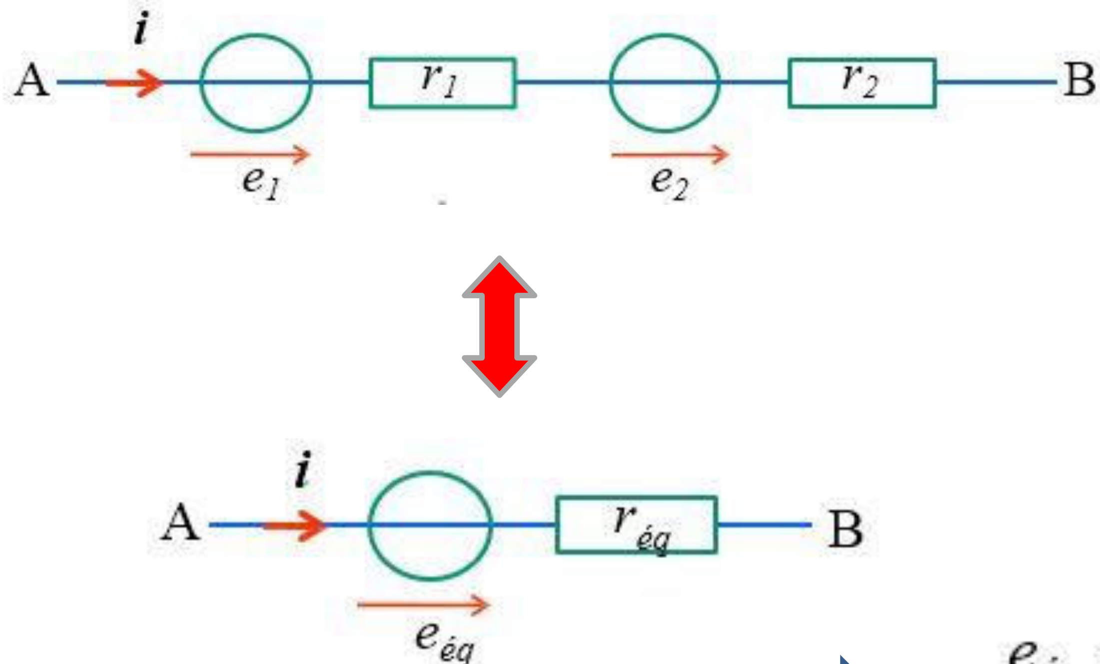
Le dipôle 1 est linéaire et passif (il s'agit d'une résistance)
Le dipôle 2 est non linéaire et passif (diode)
Le dipôle 3 est linéaire et actif (générateur de tension non idéal)
Le dipôle 4 est linéaire et actif (générateur de tension idéal)



➢ Associations de dipôles actifs linéaires:

❖ En série (choix du modèle de Thévenin) :

Les f.é.m s'ajoutent (algébriquement) et les résistances internes s'additionnent.



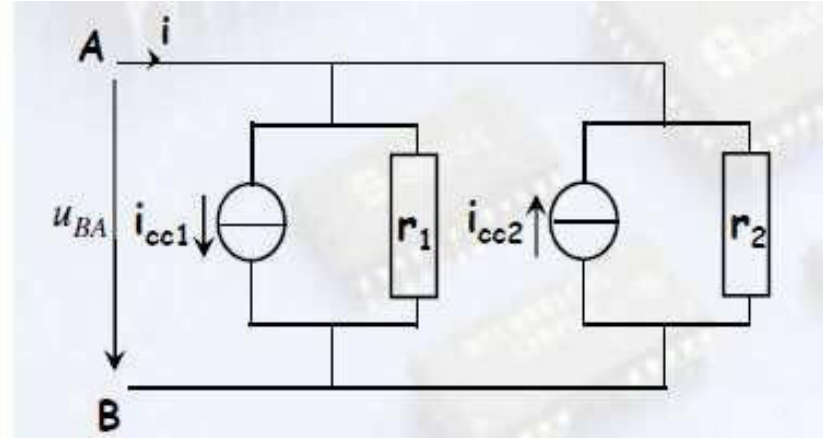
$$e_{éq} = e_1 + e_2$$

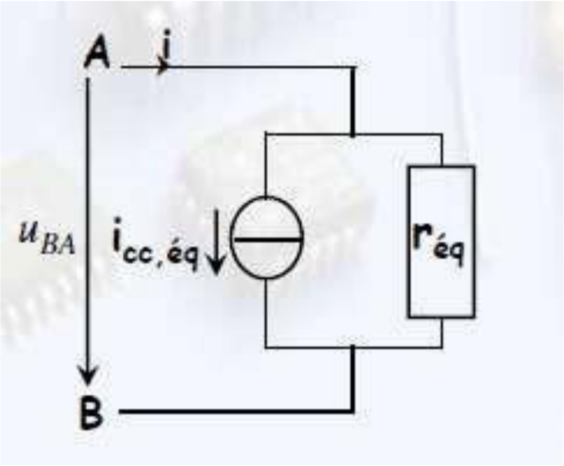
$$r_{éq} = r_1 + r_2$$

➢ Associations de dipôles actifs linéaires:

❖ **En parallèle (choix du modèle de Norton) :**

Les courants électromoteurs s'ajoutent (algébriquement) et les conductances s'additionnent.



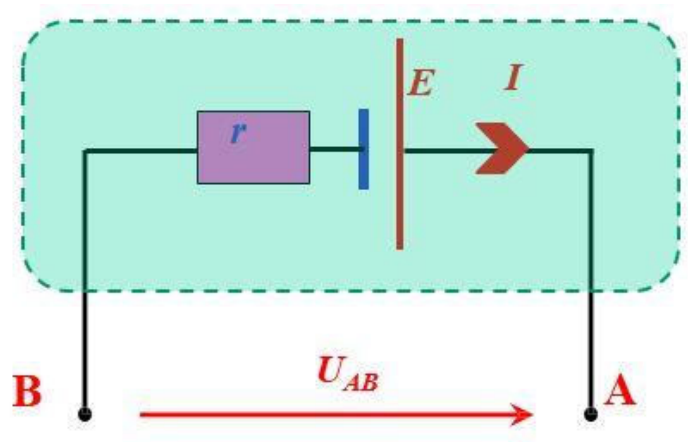


$$i_{cc,éq} = i_{cc,1} - i_{cc,2}$$

$$\frac{1}{r_{éq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$$

I.3-Générateur et récepteur

➢ Générateur de tension:



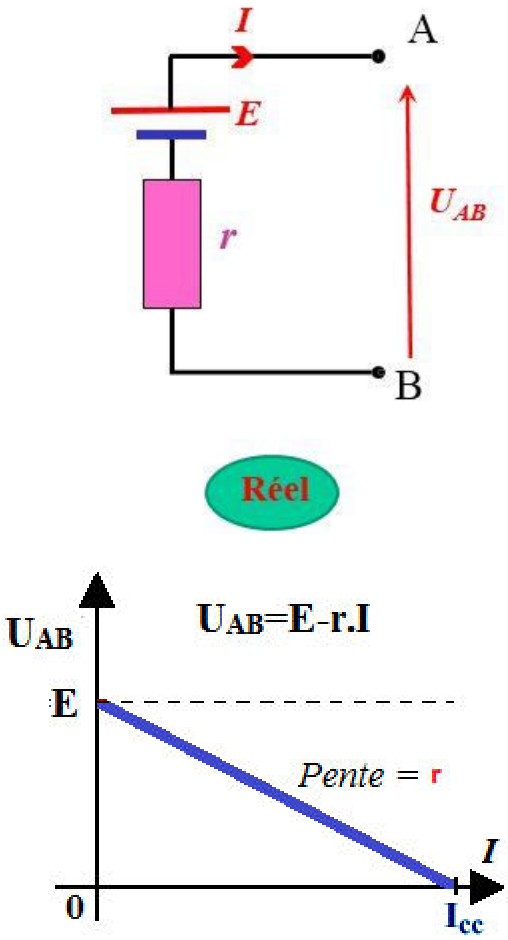
U_{AB} : est dirigée vers le potentiel croissant (ici V_A)

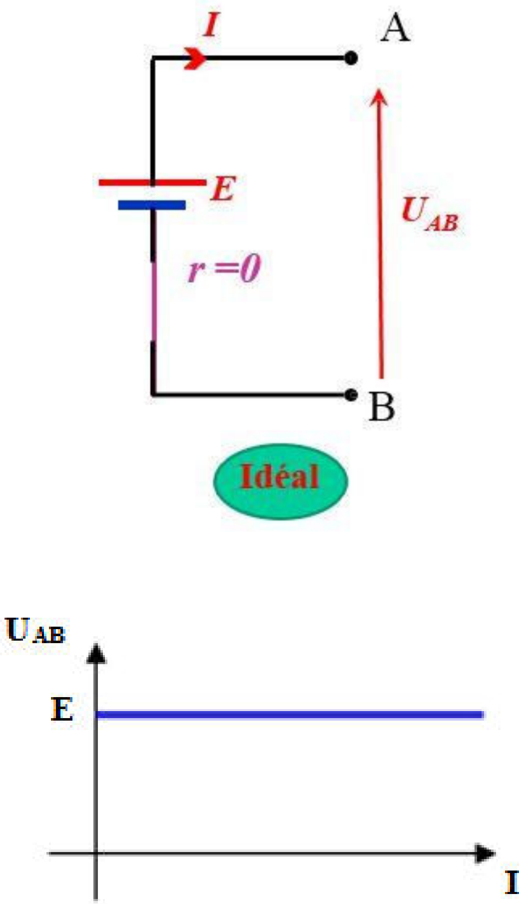
$E > 0$

$U_{AB} = E - rI$

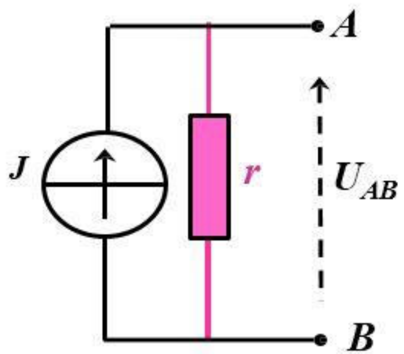
La borne (-) du générateur = réservoir d'électrons libres qui ne peuvent pas rejoindre la borne (+) par l'intérieur du Générateur.

➢ Générateur de tension:



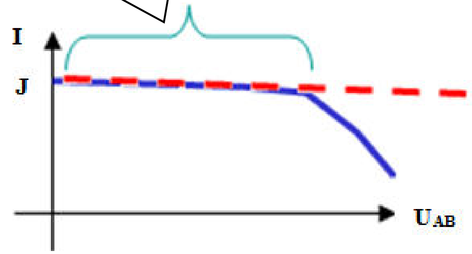


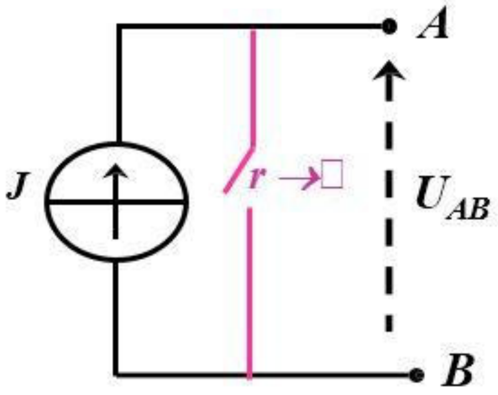
➢ Générateur de courant:



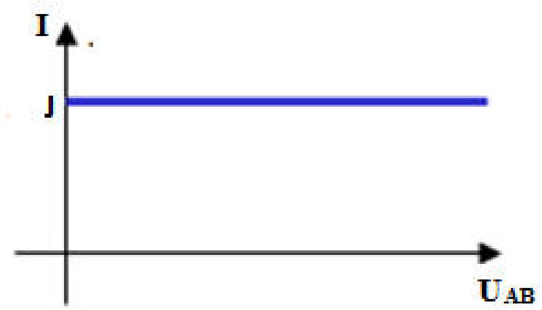
Réel

*domaine de fonctionnement linéaire ou "**domaine de linéarité**"*



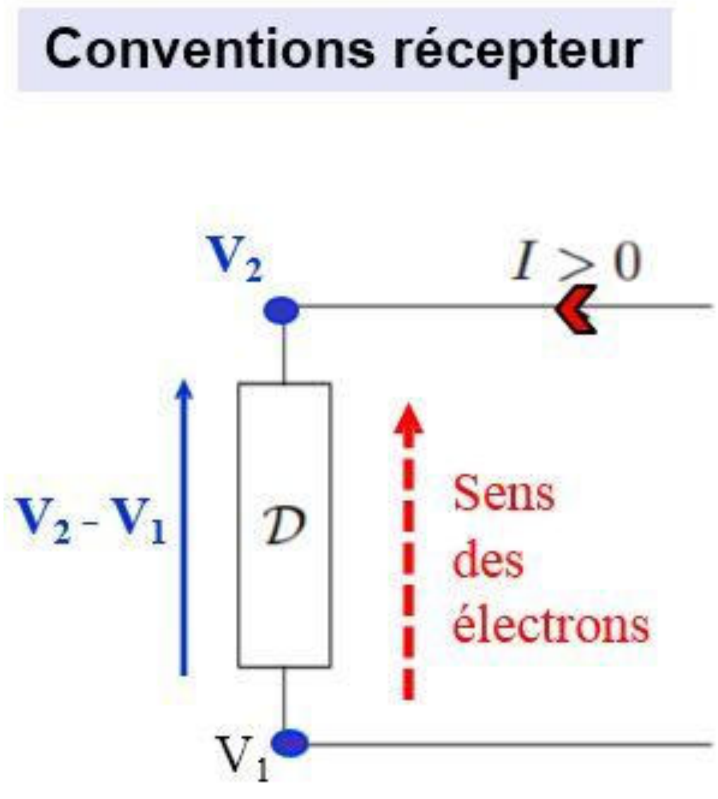


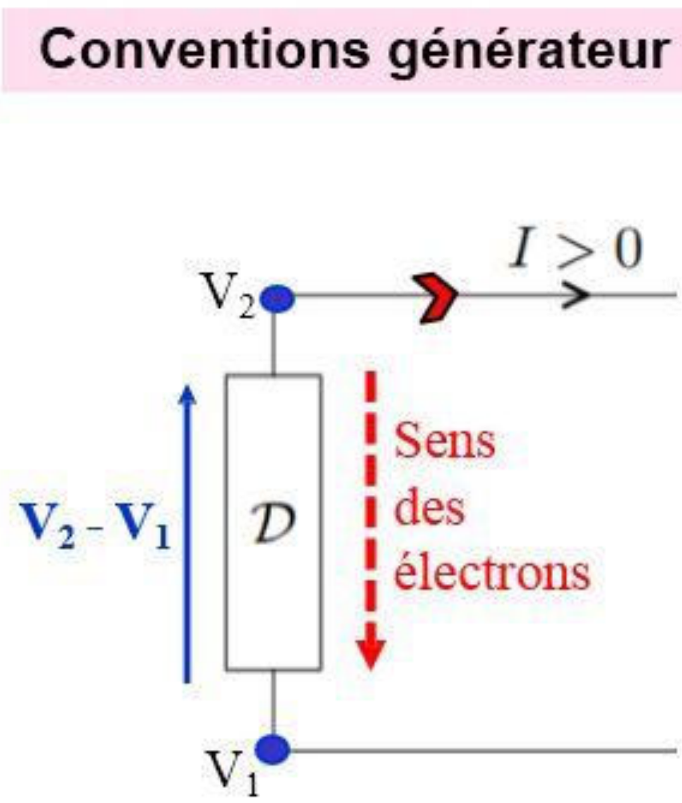
Idéal



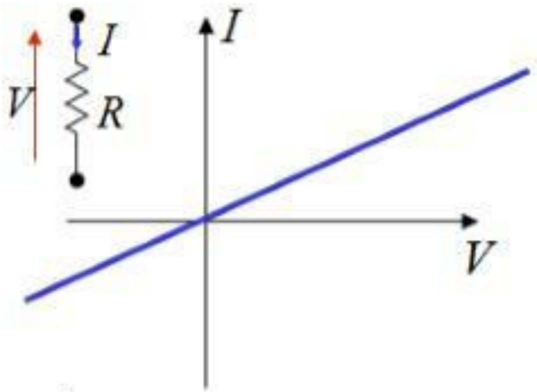
I.3-Génerateur et récepteur

- **Convention de sens:**



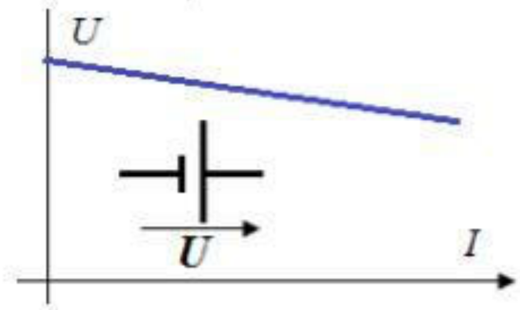


➢ Composants linéaires:



La tension aux bornes d'un composant *LINEAIRE* est par définition proportionnelle au courant qui le traverse.

La caractéristique *I = f(U)* d'un dipôle *linéaire* est de la forme: *I = aU + b*

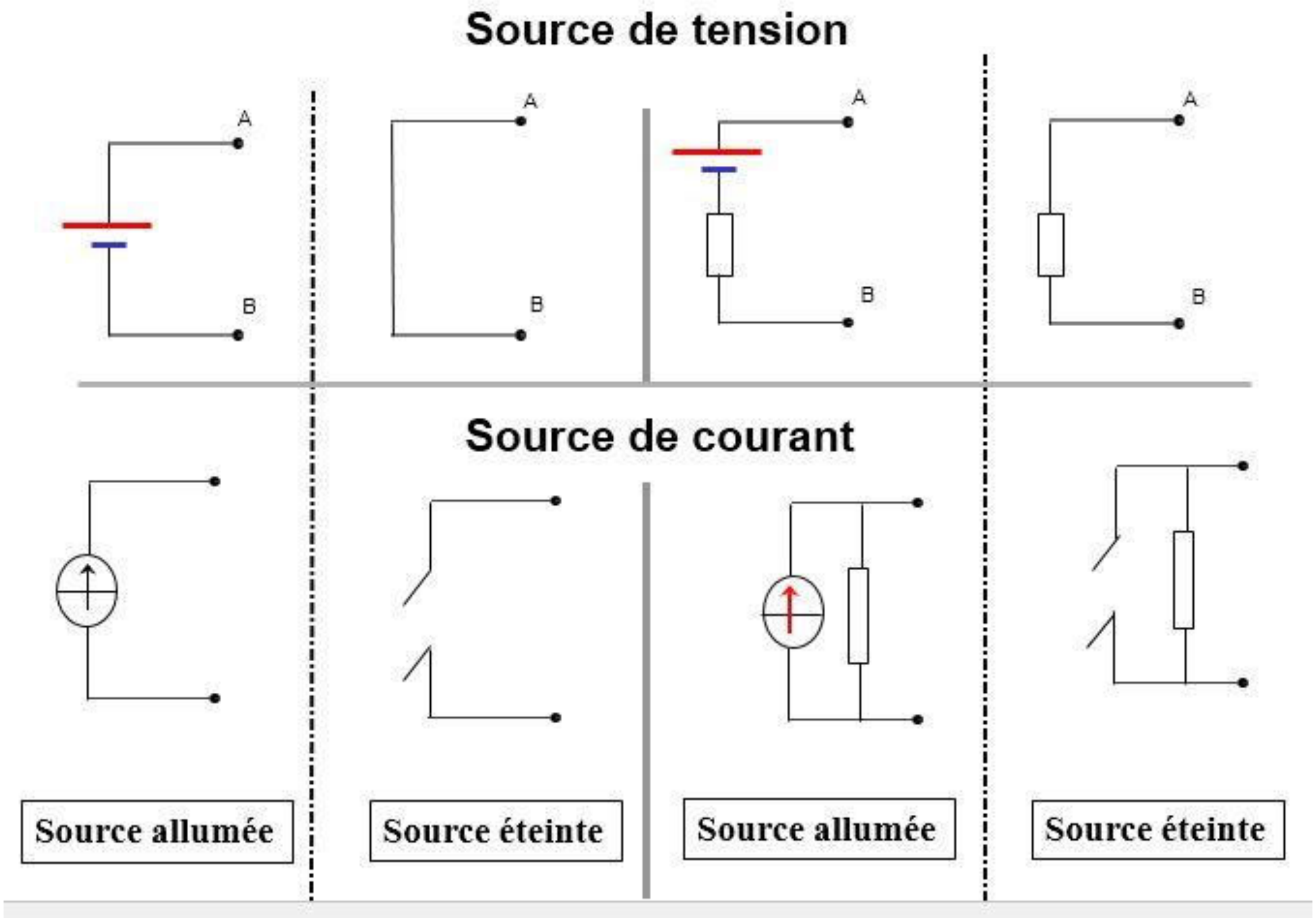


Exemple:

Resistance : *I = GU où G est la conductance*

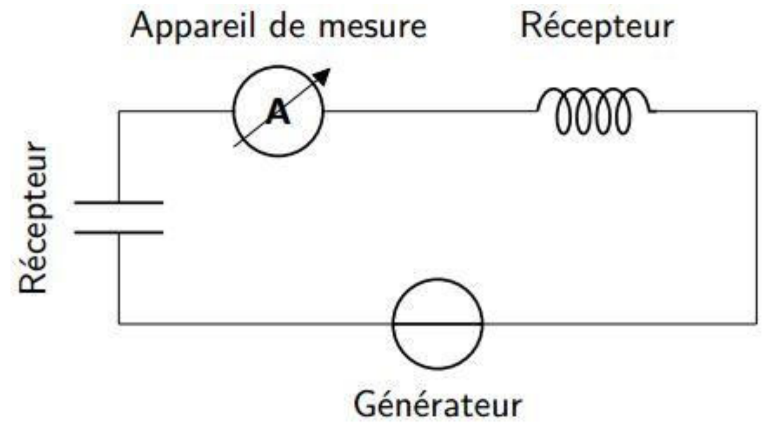
Source de tension réelle: $I = -\frac{1}{r}U + \frac{U_0}{r}$ ***où r est sa résistance interne***

➢ Impédance vue entre 2 points d'un circuit actif:



II- Etude des circuits électriques

- **Le circuit électrique peut contenir un certain nombres d'appareils aux propriétés différentes :**



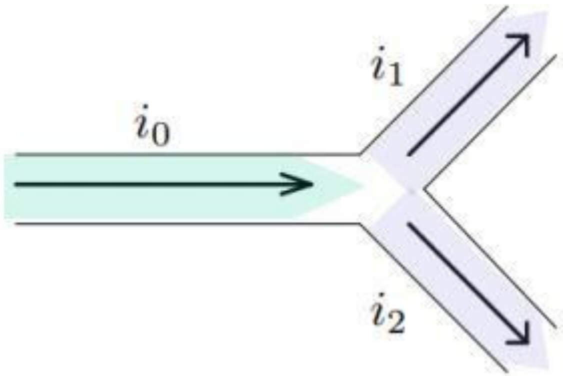
- **Générateurs :** **batteries, générateurs de tension, piles. . .**
- **Récepteurs :** **résistances, bobines, condensateurs. . .**
- **Appareils de mesure :** **voltmètres, ampèremètres, oscilloscopes. . .**
- **Appareils de sécurité :** **disjoncteurs, fusibles. . .**
- **Appareils de manœuvre :** **inverseurs. . .**

II.2- Lois de Kirchhoff

➢ Loi des nœuds:

La somme des intensités des courants arrivant à un nœud est égale à la somme des intensités des courants sortant du nœud.

$$i_1 + i_2 = i_0$$

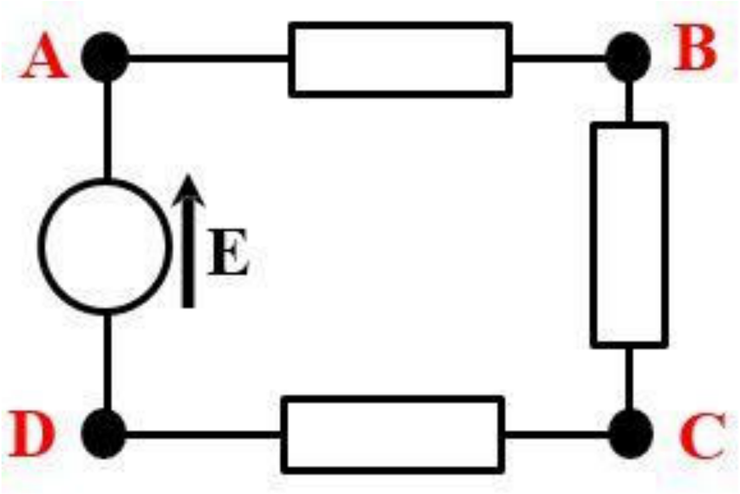


$$\sum I_{entrant} = \sum I_{sortant}$$

$$\sum I_{entrant} - \sum I_{sortant} = 0$$

➢ Loi des mailles:

La somme **algébrique** des tensions rencontrées dans une **maille** est nulle.



Exemple

ABCDA est une maille

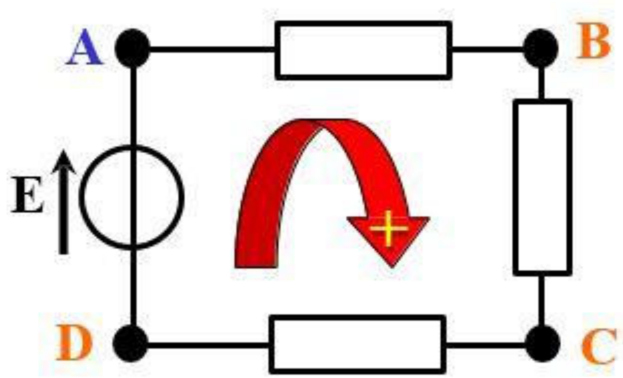
$$\sum_{Maille} (d.d.p) = 0$$

Loi des mailles:

Comment appliquer la loi des mailles ?

Règle:

- ✓ On choisit un point de départ et un sens de parcours *arbitraire* de la maille.
- ✓ Affecter à chaque composant polarisé des pôles (+) et (-)
- ✓ ($+E_K$) si le pôle + est rencontré en premier; sinon ($-E_K$)
- ✓ ($+R_K\,I_K$) (même sens que le parcours); sinon ($-R_K\,I_K$)

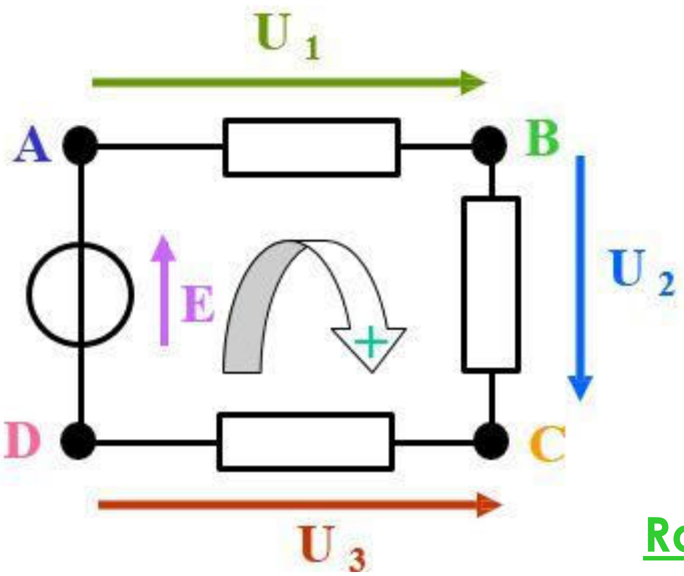


Exemple

Maille ABCDA

+

➢ Loi des mailles:



Exemple

Maille ABCDA

+

$$-U_1 - U_2 + U_3 - E = 0$$

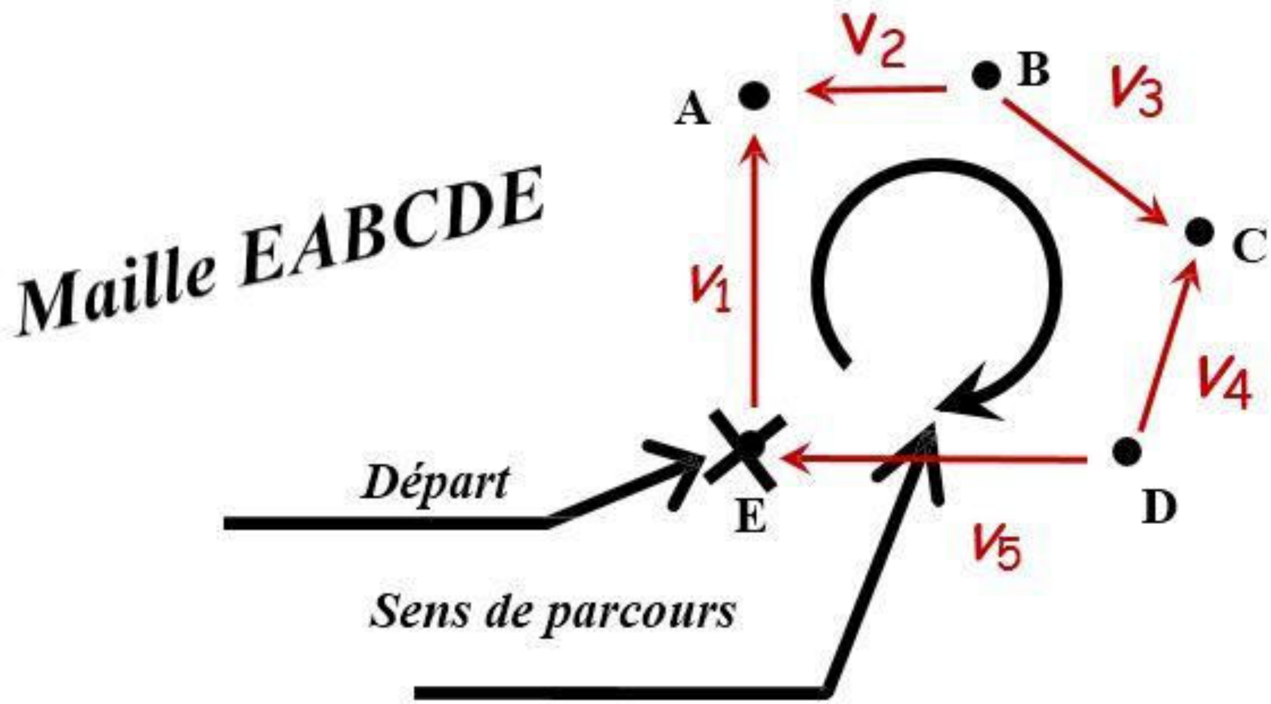
Rq: On peut écrire la relation d'une autre manière :

$$U_2 + U_1 + E = U_3 \Rightarrow U_{CB} + U_{BA} + U_{AD} = U_{CD}$$

Attention ! L'écriture ci-dessus nécessite un ordre strict des lettres !

La loi des mailles traduit l'additivité des tensions: $\sum_{Maille} (d.d.p) = 0$

➢ Loi des mailles:



$$-V_1 + V_2 - V_3 + V_4 - V_5 = 0$$

$$V_2 + V_4 = V_1 + V_3 + V_5$$

➢ Exercices d'application:

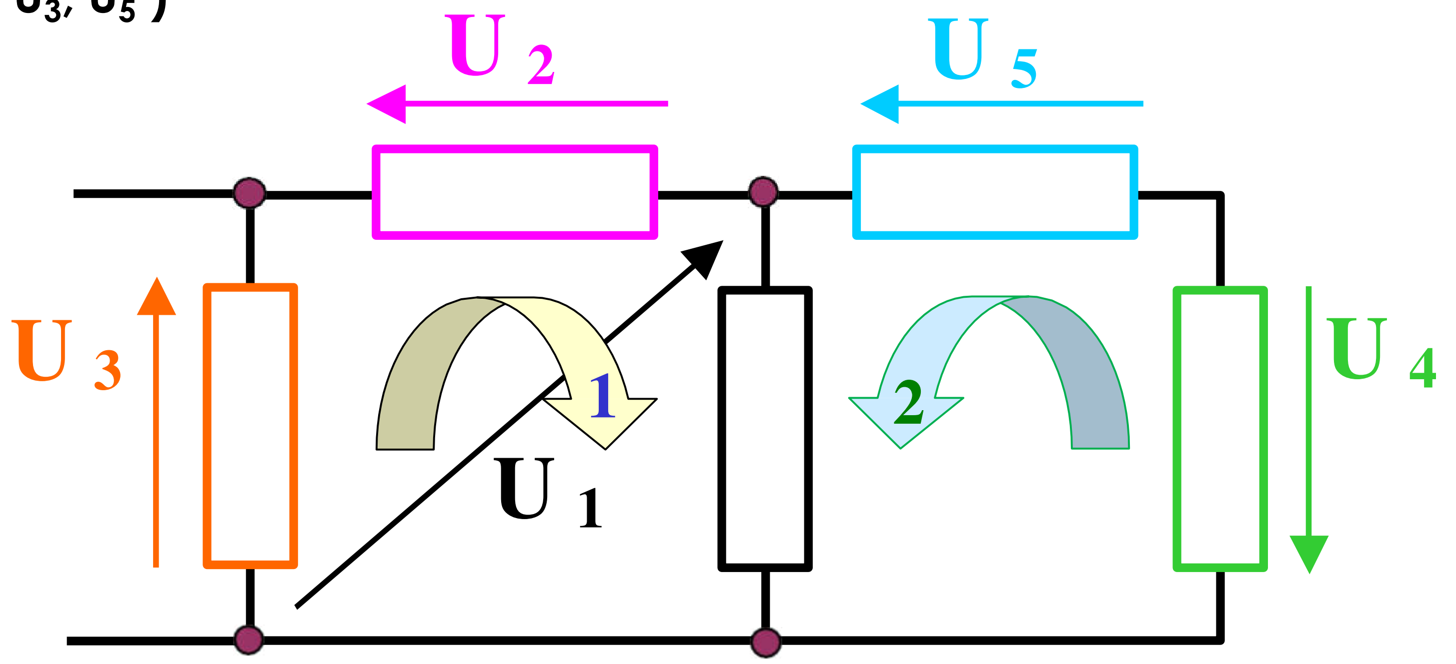
Exo 1: Déterminer les tensions inconnues, en utilisant la loi des mailles: (U_3; U_5)

Données:

$U_1 = 20\,V$

$U_2 = 5\,V$

$U_4 = -8\,V$



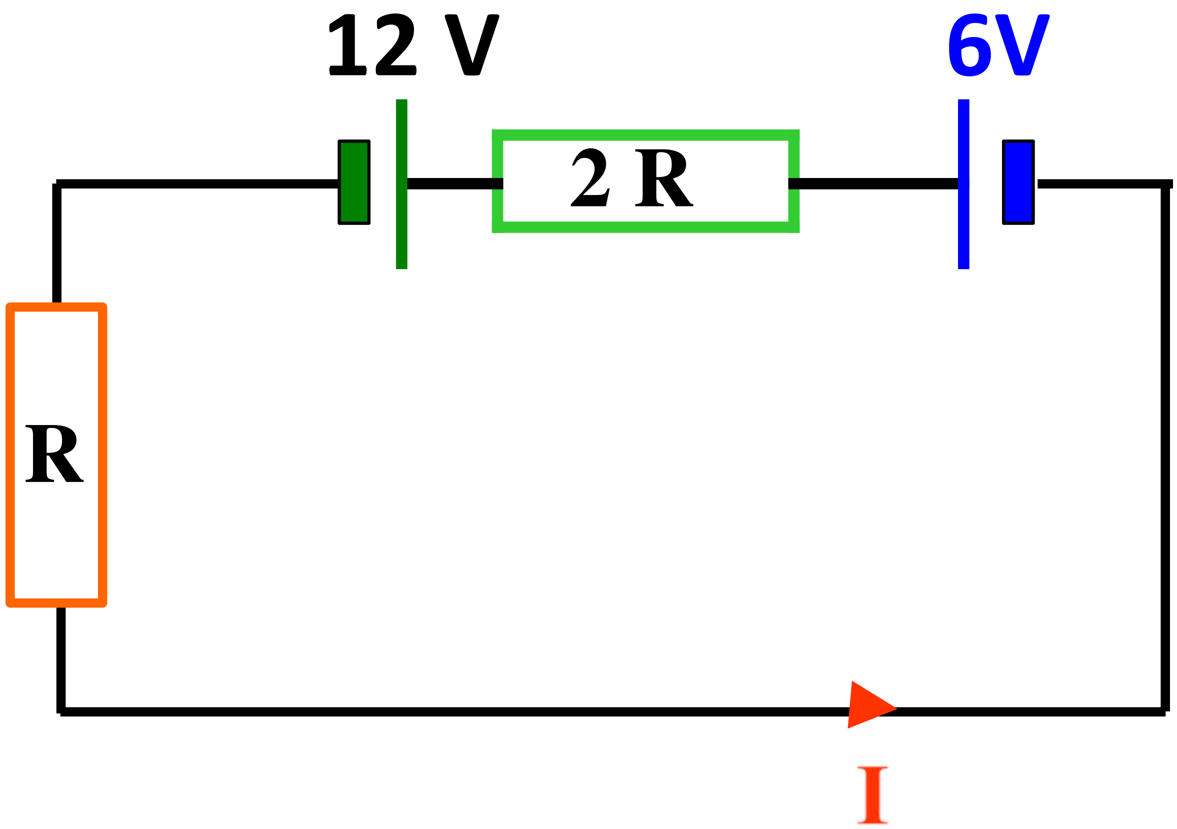
Solution:

Maille 1: $-U_3 + U_2 + U_1 = 0 \Rightarrow \boxed{U_3 = 25\,V}$

Maille 2: $-U_5 + U_1 + U_4 = 0 \Rightarrow \boxed{U_5 = 12\,V}$

II.2- Lois de Kirchhoff

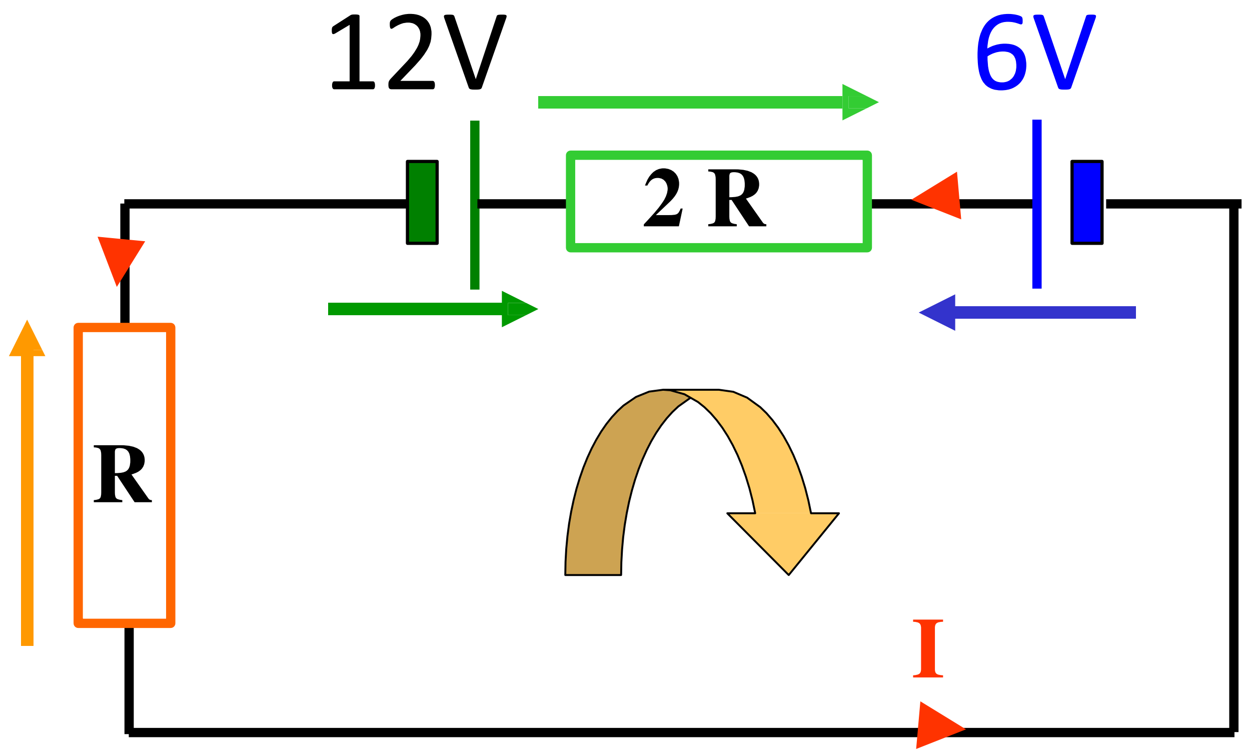
Exo 2: Calculer l'intensité I du courant qui traverse le circuit. Préciser le sens conventionnel du courant.



Solution:

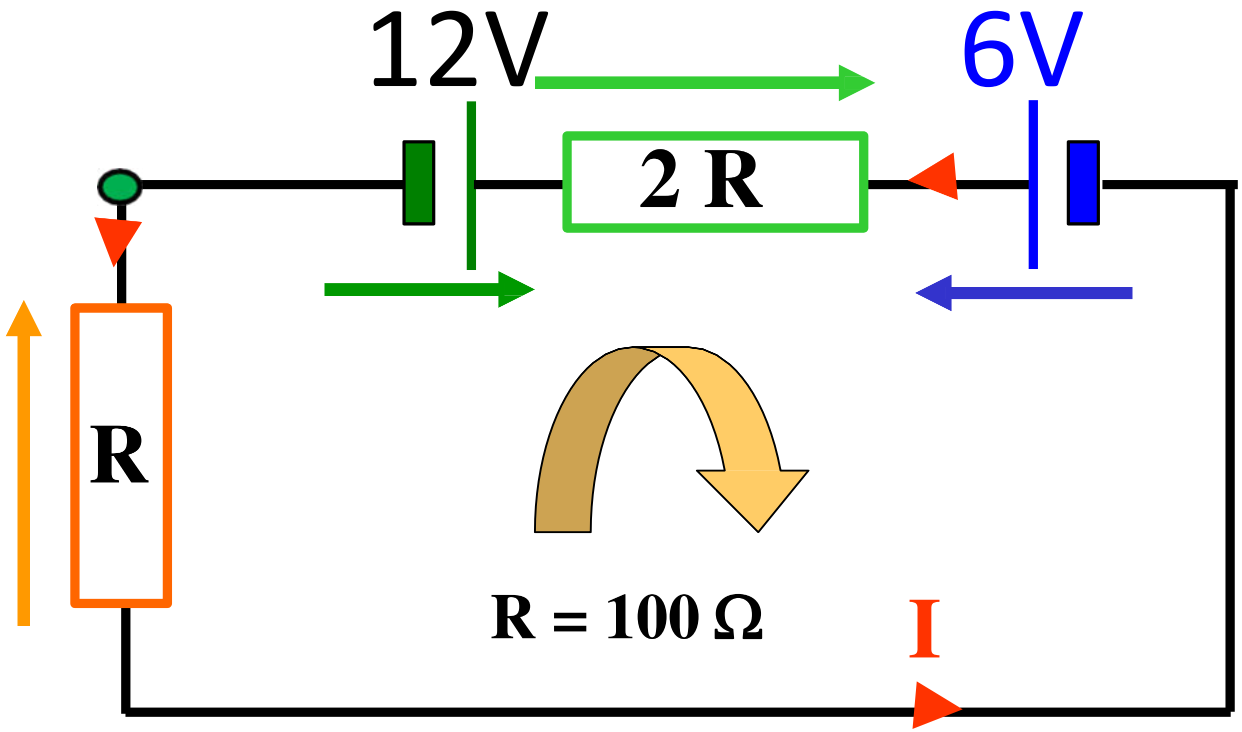
On choisit un sens arbitraire pour le courant et on applique la loi des mailles.

II.2- Lois de Kirchhoff



- On choisit un sens arbitraire de parcours pour la maille.
- On flèche les tensions et on applique l'additivité des tensions.

II.2- Lois de Kirchhoff



$$(-RI) - 12\,V - (2\,R\,I) + 6\,V = 0$$

On en déduit : $\boxed{I = -20\ mA}$

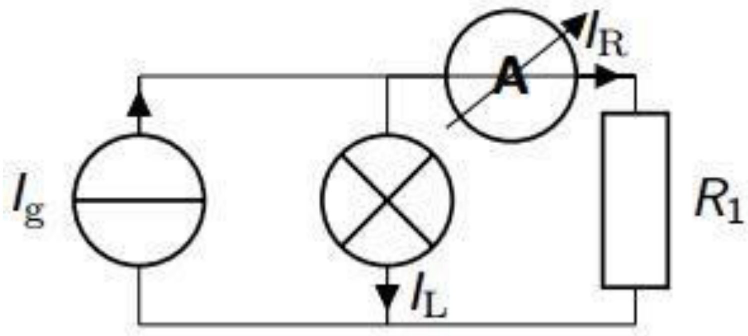
L'intensité a le sens contraire du sens indiqué!!!!

Exo 3:

Une lampe e et une résistance R_1 sont branchées en parallèle sur un générateur de courant, délivrant une intensité I_g = 0,5 A.

Un ampèremètre mesure le courant I_R = 0,3 A traversant la résistance.

Comment trouver I_L?



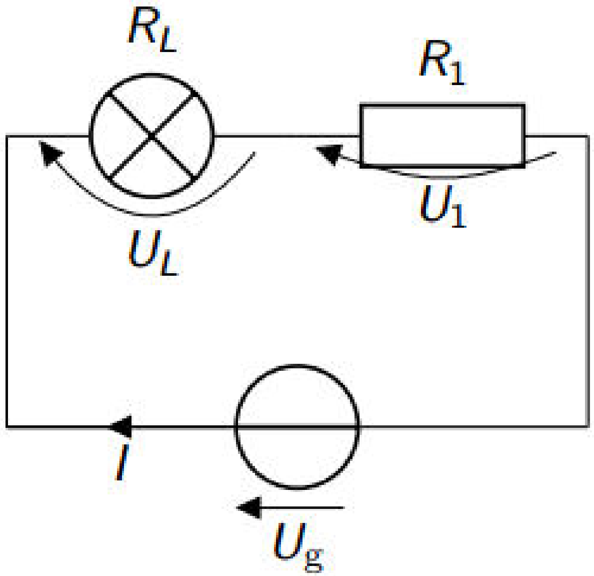
Solution:

En appliquant la loi des nœuds au point A :

on a $I_g = I_R + I_L \Rightarrow I_L = I_g - I_R$ A.N: $I_L = 0{,}2\ \text{A}$

Exo 4:

Une lampe de résistance R_L et une résistance R_1 sont branchées en série sur un générateur de tension, délivrant une tension U_g = 12 V.
Comment calculer la chute de tension dans la lampe, U_L ?



Solution:

La loi d'Ohm nous permet d'écrire:

$U_1 = R_1 . I$ et $U_L = R_L . I$ ➔ $U_1 = R_1 . U_L / R_L$

III-Méthodes d'analyse des circuits électriques

➢ Méthode des nœuds:

Les tensions sont les inconnues à déterminer.

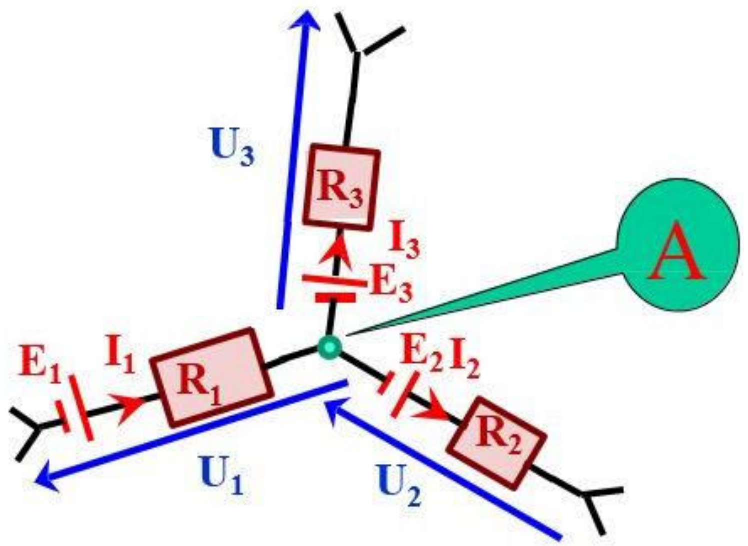
Pour appliquer cette méthode il faut:

- ✓ Identifier les nœuds ;
- ✓ Choisir un nœud de référence.

(Le plus souvent, la référence est le nœud du celui qui a le plus de branches) c'est la **masse**.

- ✓ On cherche à écrire la tension entre les autres nœuds par rapport au nœud de référence. On appelle ces tensions les tensions de nœud.

➢ Méthode des nœuds:



$$U_1 = -E_1 + R_1 I_1$$
$$U_2 = -E_2 + R_2 I_2$$
$$U_3 = E_1 - R_3 I_3$$

$$I_1 = (E_1 + U_1)/R_1$$
$$I_2 = (E_2 + U_2)/R_2$$
$$I_3 = (E_3 - U_3)/R_3$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$E_1/R_1 + U_1/R_1 + E_2/R_2 + U_2/R_2 + E_3/R_3 - U_3/R_3 = 0$$

En général:

$$\sum_i \pm G_i U_i + \sum_i \pm G_i E_i = 0$$

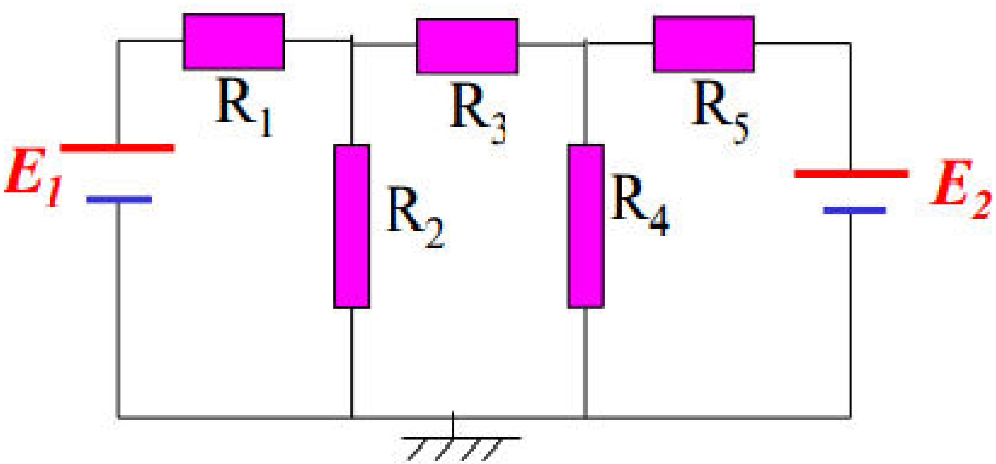
Avec: $G_i = \dfrac{1}{R_i}$

➢ Méthode des mailles:

Choisir des courants fictifs dans chaque maille (courants de maille).

Remarque:

Le courant dans chaque branche est alors obtenu, soit par le courant de maille, soit par une combinaison de ces courants de maille.



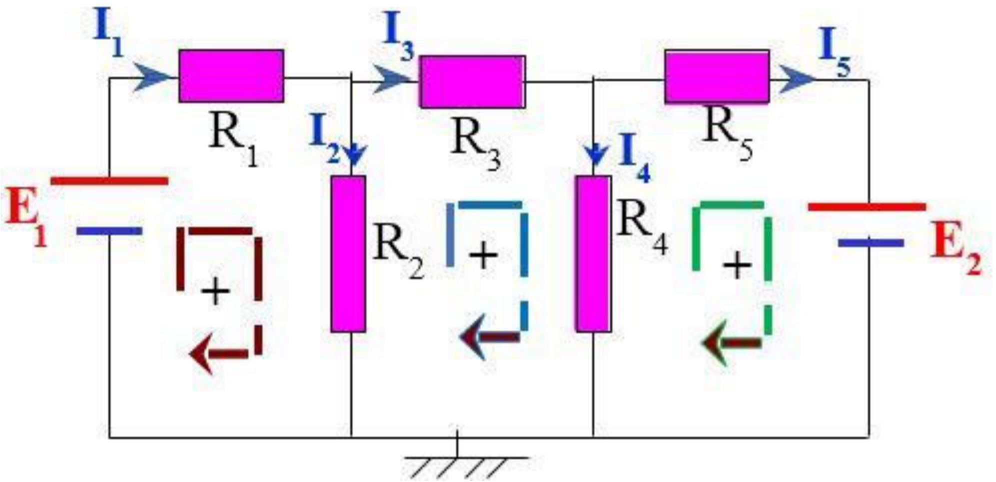
$$m = b - (n - 1)$$

Nb de **mailles**

Nb de **branches**

Nb de **nœuds**

➢ Méthode des mailles:



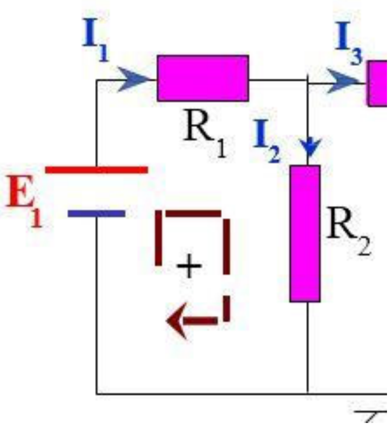
n=3 nœuds

b= 5 branches

m=5-(3-1)=3

m= 3 mailles indépendantes = 3 équations indépendantes

Maille 1

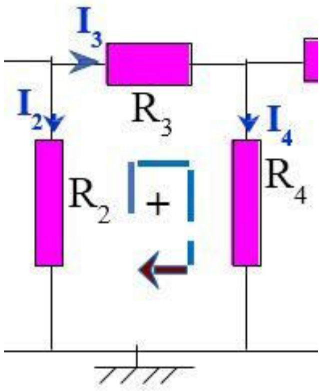


$$-E_1 + R_1 I_1 + R_2 I_2 = 0$$

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1$$

➢ Méthode des mailles:

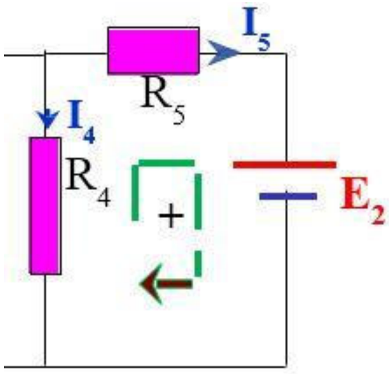
Maille 2



$$-R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4 = 0$$

$$R_3 I_3 + R_4 I_4 = R_2 I_2$$

Maille 3



$$-R_4 I_4 + R_5 I_5 + E_2 = 0$$

$$R_5 I_5 + E_2 = R_4 I_4$$

➢ Méthode des mailles:

Les tensions sont les inconnues à déterminer !!!

$$\begin{cases} R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 \\ -R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4 = 0 \\ -R_4 I_4 + R_5 I_5 + E_2 = 0 \\ I_1 = I_2 + I_3 \\ I_3 = I_4 + I_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \dots\dots\dots\dots \\ I_2 = \dots\dots\dots\dots \\ I_3 = \dots\dots\dots\dots \\ I_4 = \dots\dots\dots\dots \\ I_5 = \dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

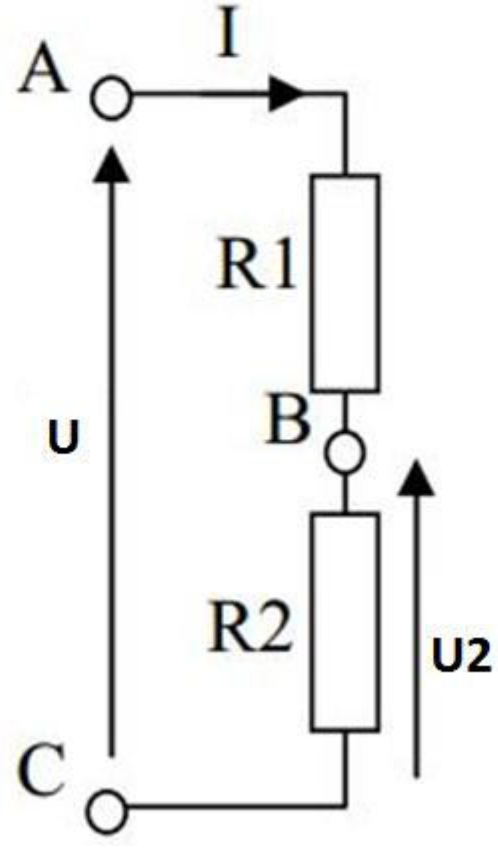
III.1-Diviseur de tension

Entre les points B et C:
$U_2 = R_2 . I$

Entre les points A et C:
$U = (R_1 + R_2).I$

$I = U / (R_1 + R_2)$

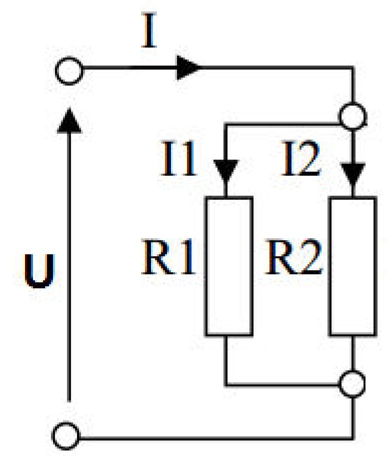
$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$



Si $R_1 = R_2$ ⇒ U_2 est deux fois plus petite que U

⇒ Un tel montage est appelé diviseur de tension

La résistance équivalente du circuit:
1/Réq = 1/R1 + 1/R2



$$R_{éq} = \frac{R_1 \, . \, R_2}{R_1 + R_2} U$$

D'après la loi d'ohm dans la branche de R_1

$$I_1 = \frac{U}{R_1}$$

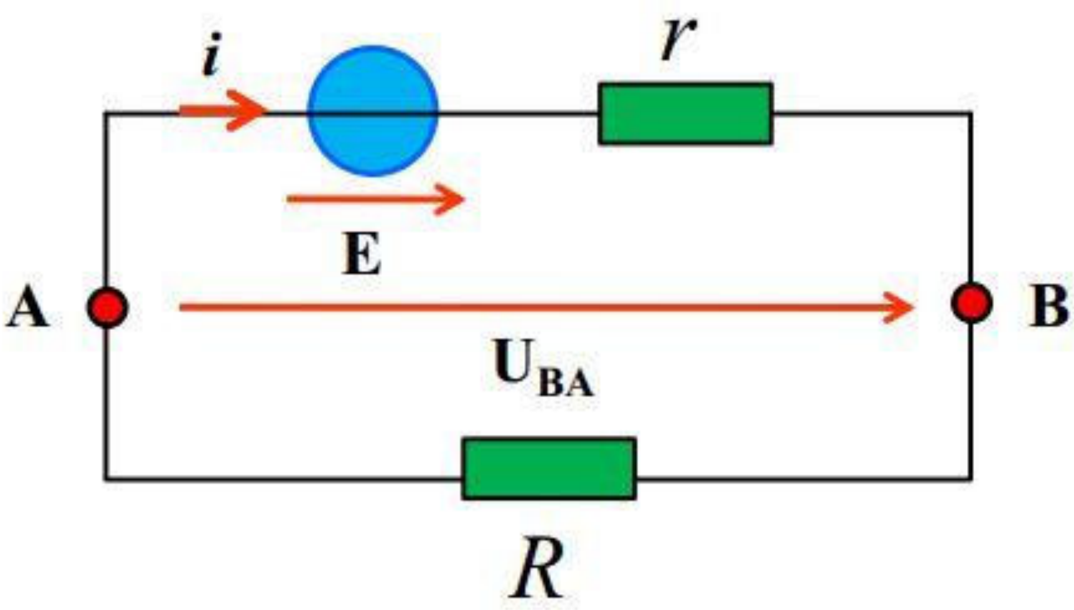
D'après la loi d'ohm dans le circuit

$$I = \frac{U}{R_{éq}} \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

Si $R_1 = R_2$ ⇒ I_1 est deux fois plus petite que I

⇒ Un tel montage est appelé diviseur de courant

III.3- Loi de pouillet



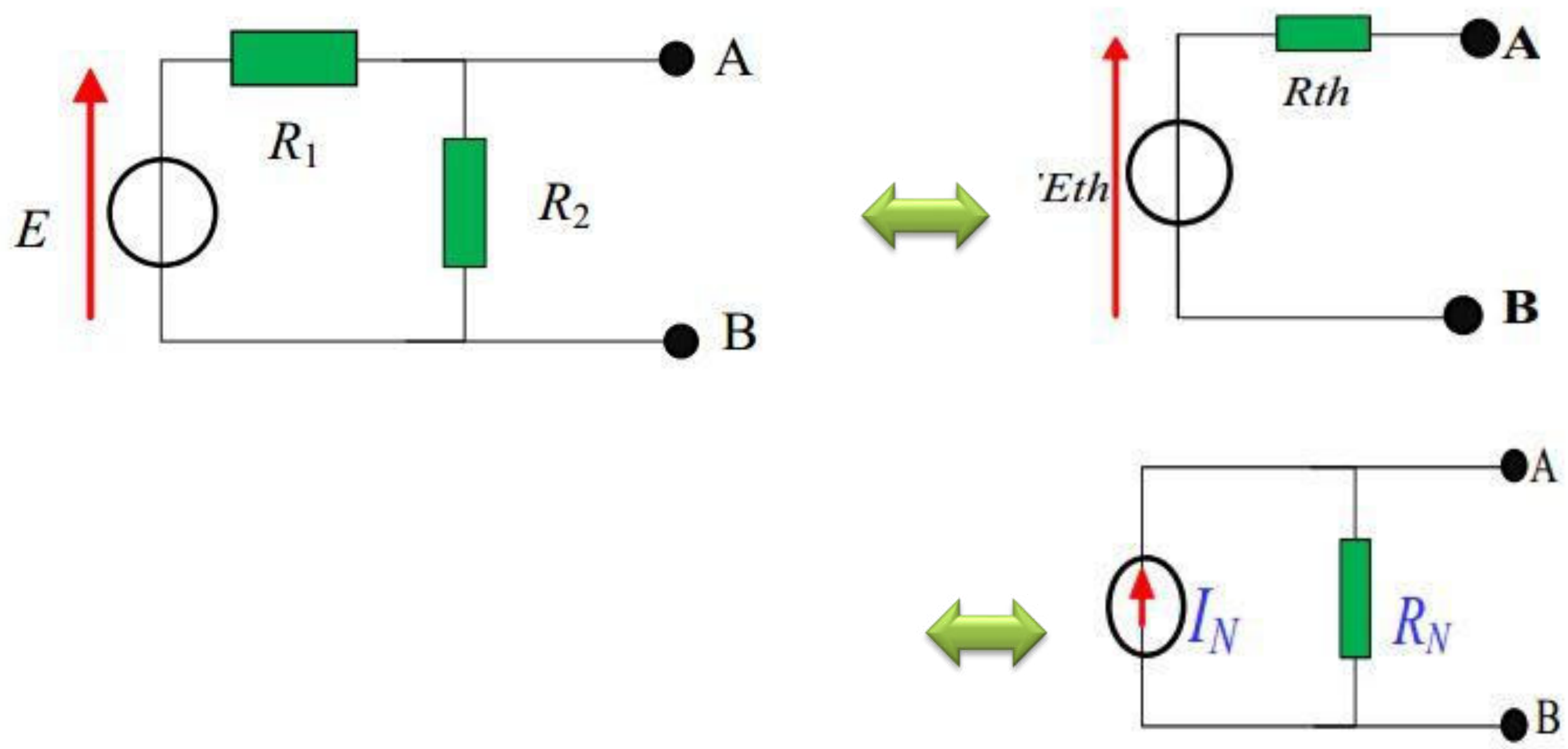
$$i = \frac{E}{r+R}$$

démonstration:

$$U_{BA} = E - ri = Ri$$

III.4-Théorème de Thévenin et de Norton

Toute portion de circuit comprise entre 2 bornes A et B et qui ne contient que des éléments linéaires peut être modélisée par un unique générateur équivalent de Thévenin ou de Norton



III.4-Théorème de Thévenin et de Norton

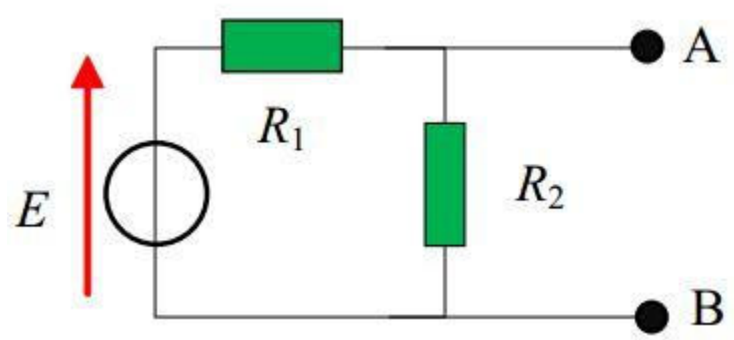
➢ Théorème de Thévenin:

➢ Valeur à donner à E_{TH}

C'est la même que la valeur de la tension existant "à vide" entre A et B, c'est à dire celle que relèverait un voltmètre idéal placé entre les bornes A et B.
Pour l'exemple précédent on a :

diviseur de tension

$$E_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E$$



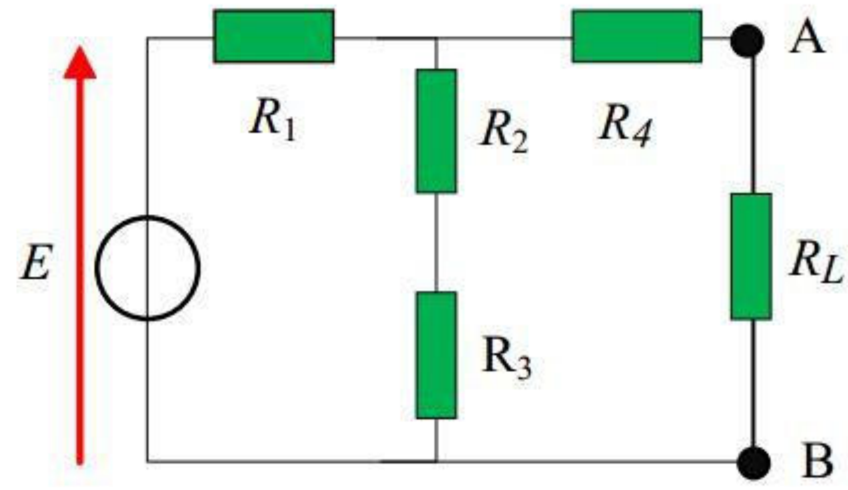
$$R_{TH} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

➢ Théorème de Thévenin:

Application:

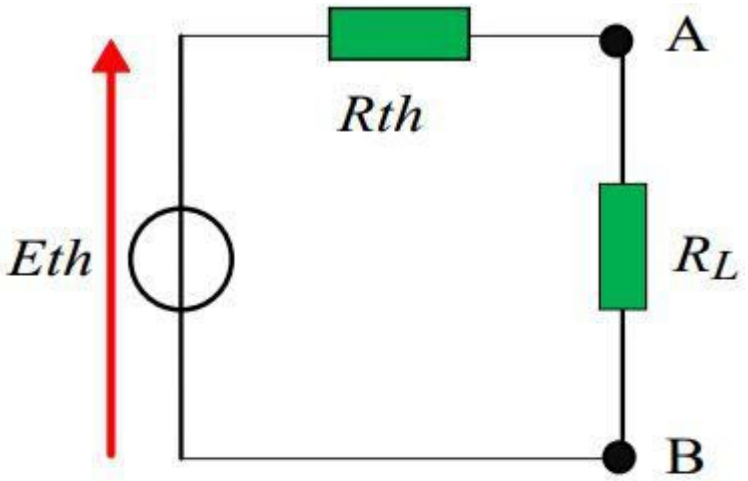
Déterminer E_{th} et R_{th} correspondants à la représentation en circuit équivalente à la structure suivante:

$E = 100V$
$R_1 = 20\Omega$
$R_2 = 3\Omega$
$R_3 = 2\Omega$
$R_4 = 10\Omega$



➢ Théorème de Thévenin:

Solution:



$$E_{TH} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot E$$

AN:

$$E_{TH} = \frac{3+2}{3+2+20} \cdot 100 = \frac{500}{25} = 20V$$

$$R_{TH} = R_1 // (R_2 + R_3) + R_4$$

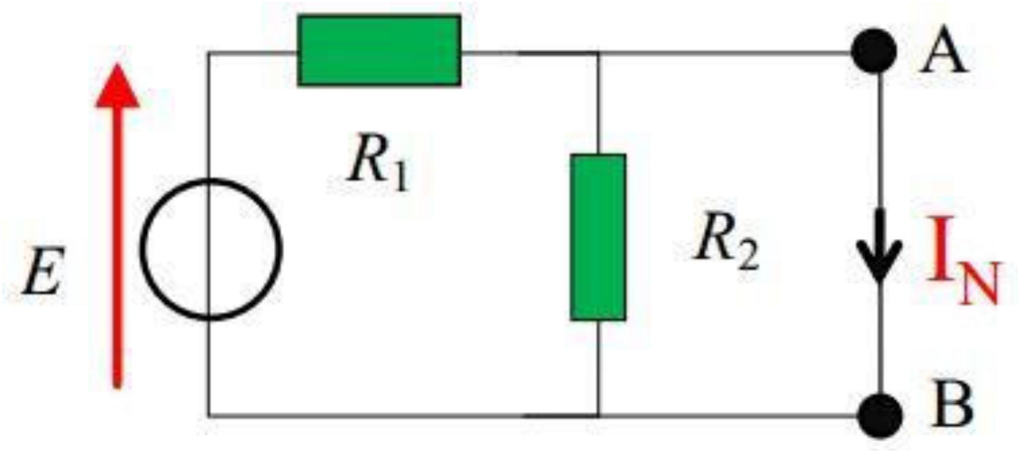
AN:

$$R_{TH} = \frac{20.(3+2)}{20+(3+2)} + 10 = 4 + 10 = 14\Omega$$

Théorème de Norton:

Valeur à donner à I_N

C'est celle de l'intensité qui circulerait à travers un fil reliant les bornes A et B c'est à dire celle mesurée par un ampèremètre idéal placé entre A et B.
Dans notre exemple on obtient :



Soit:

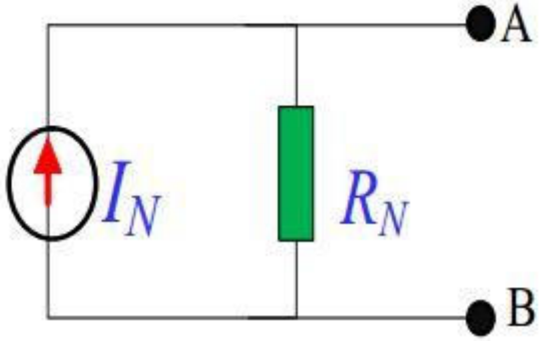
$$I_N = \frac{E}{R_1}$$

(R_2 étant court-circuitée.)

➢ Théorème de Norton:

Pour calculer le circuit Norton équivalent :
On calcule le courant entre les bornes A et B (I_{AB}), quand les bornes A et B sont court-circuitées, c'est-à-dire quand la charge est nulle entre A et B. Ce courant est I_N.
La tension de sortie VAB est calculée, quand aucune charge externe n'est connectée c'est-à-dire avec une résistance infinie entre A et B. R_N est égal à V_{AB} divisé par I_N

Le circuit équivalent consiste en une source de courant I_N. en parallèle avec une résistance R_N.

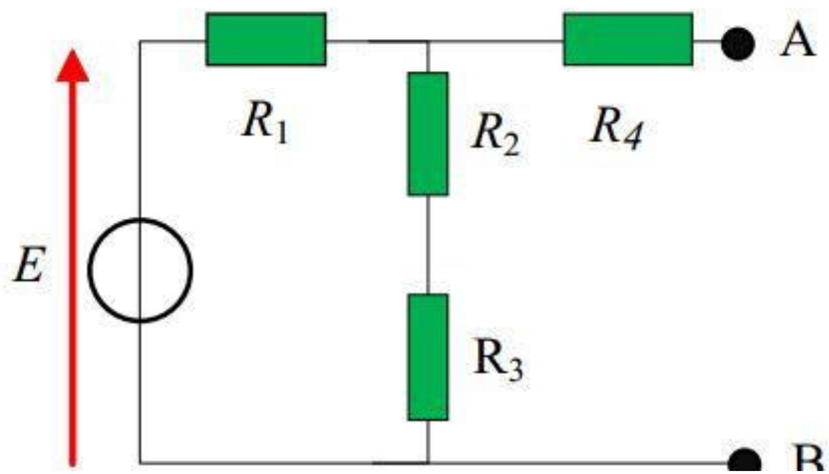


➢ Théorème de Norton:

Application:

Déterminer IN et RN correspondant à la représentation en circuit équivalente à la structure suivante:

E=15V
R_1 =2kΩ
R_2 =1kΩ
R_3 =1kΩ
R_4 =1kΩ



➢ Théorème de Norton:

Solution:

$R_N = R_1 // (R_2 + R_3) + R_4$ **A.N:** $R_N = \dfrac{2\times(1+1)}{2+(1+1)} + 1 = 1 + 1 = 2k\Omega$

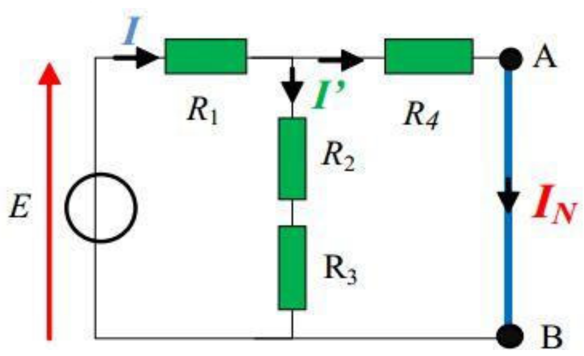
$E = (R_1 + (R_2 + R_3) // R_4).I \quad \Leftrightarrow \quad I = E \,/\, (R_1 + (R_2 + R_3) // R_4)$

A.N:

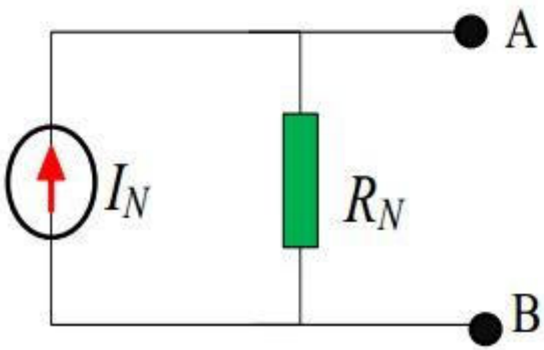
$$I = 15/(2+(1+1)\times 1/(1+1)+1).10^{-3} = 15/(2+2/3).10^{-3} = 45/8 \text{ mA} = 5.625\text{mA}$$

$$I' = \frac{E - R_1 I}{R_2 + R_3} \quad \Leftrightarrow \quad I' = ((15 - 2\times 5.625)/(1+1)).10^{-3} = 1.875\,mA$$

$$\Rightarrow \quad I_N = I - I' = 5.625 - 1.875 = 3.75 \;\; mA$$



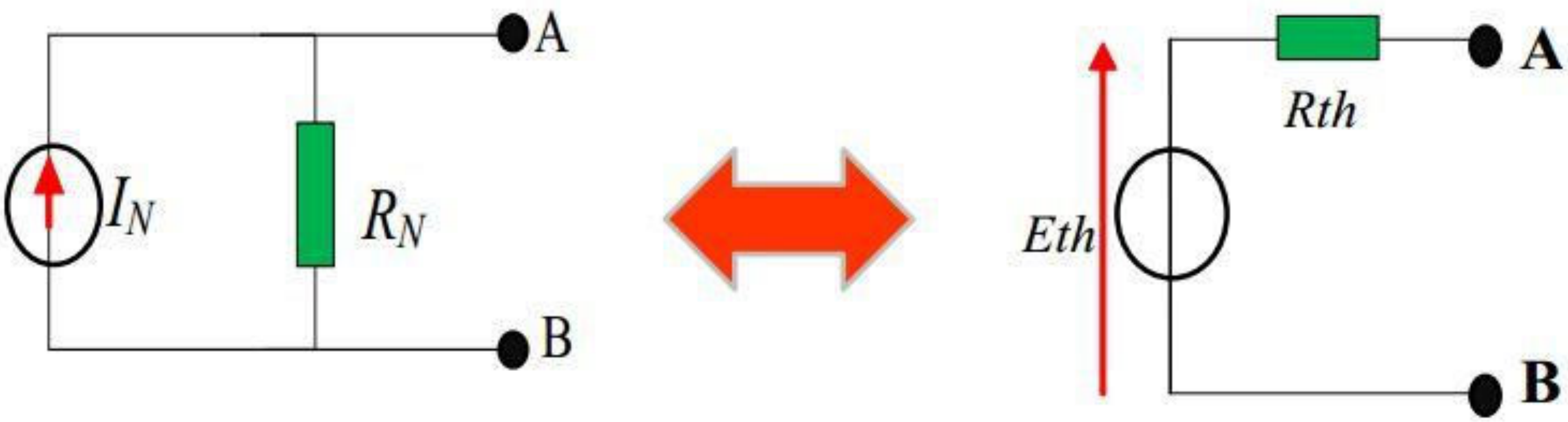
⇔



➢ Conversion Thévenin-Norton

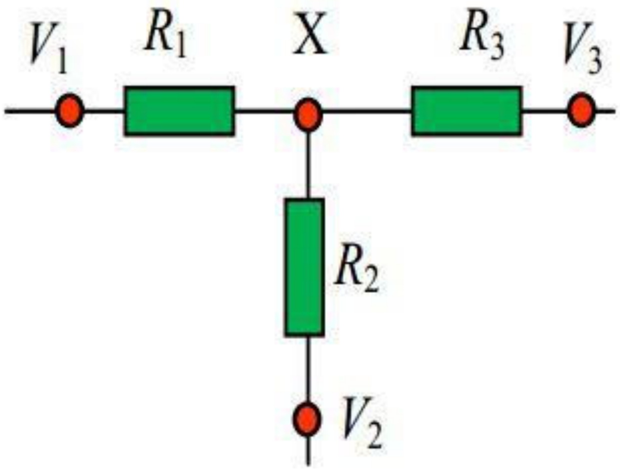
$$R_N = R_{th}$$

$$I_N = \frac{E_{th}}{R_{th}}$$



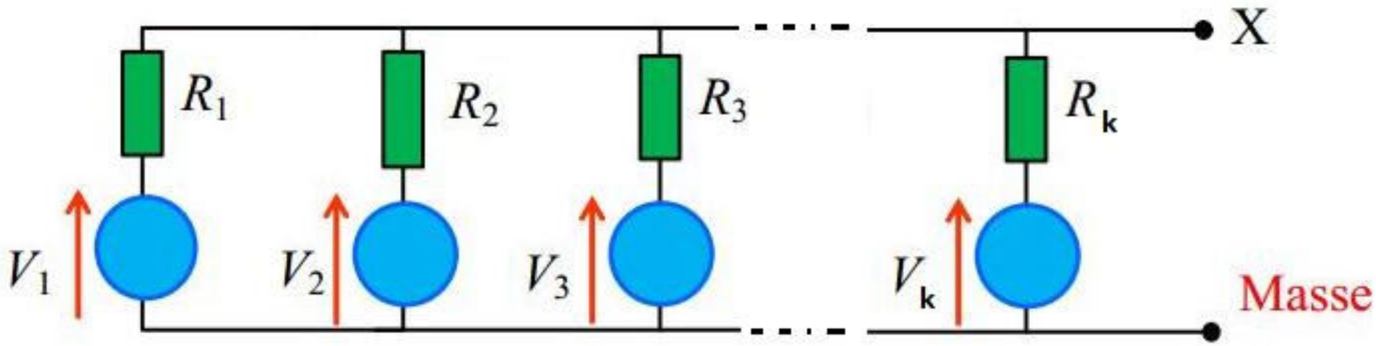
➢ Théorème de Millman

Il permet de trouver le potentiel d'un point du circuit lorsqu'on connaît les autres.



$$V_X = \frac{\dfrac{V_1}{R_1} + \dfrac{V_2}{R_2} + \dfrac{V_3}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}}$$

En général:

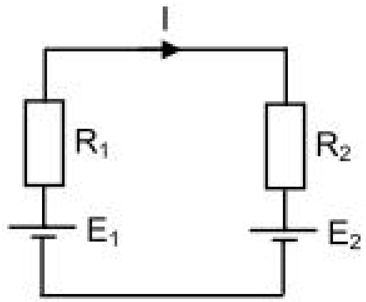


$$V_X = \sum_{k=1}^{N} \frac{V_k}{R_k} \Bigg/ \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k}$$

➢ Principe de superposition :

Soit le circuit électrique ci-dessous, on se propose de déterminer le courant I qui circule.
En utilisant la loi des mailles, on aura:

$$-E_1 + E_2 + I\,R_1 + I\,R_2 = 0$$



Soit, donc:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

Qu'on peut écrire:

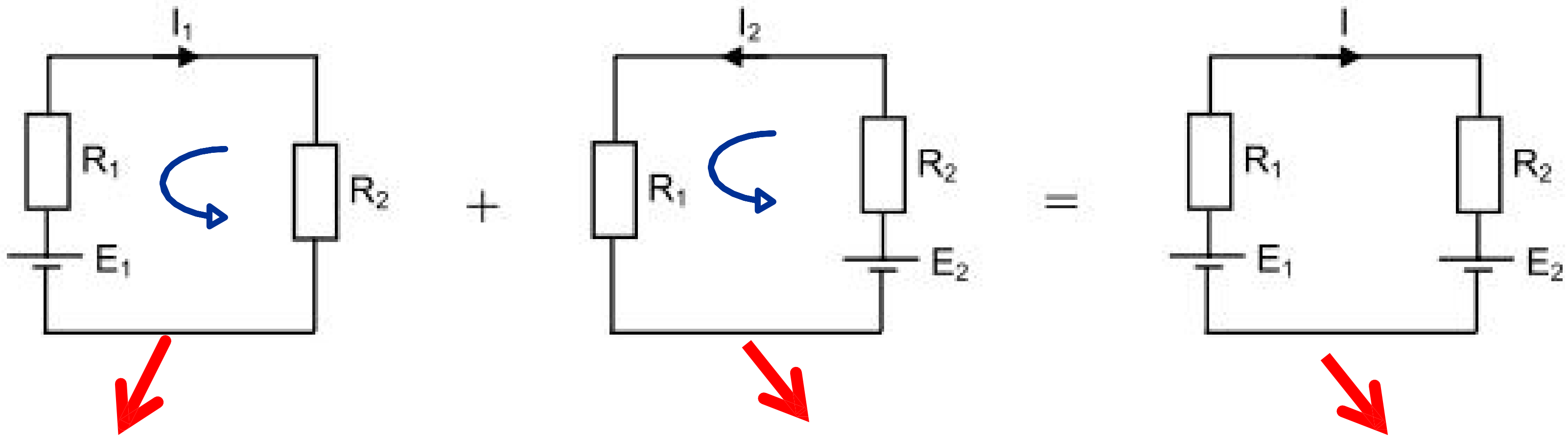
$$I = \frac{E_1}{R_1 + R_2} - \frac{E_2}{R_1 + R_2}$$

On peut alors imaginer deux circuits indépendants tel que :

III.6-Théorème de superposition

On peut alors imaginer deux circuits indépendants tel que :

I_1 correspond au courant qui circule dans un circuit (1)
I_2 correspond au courant qui circule dans un circuit (2)



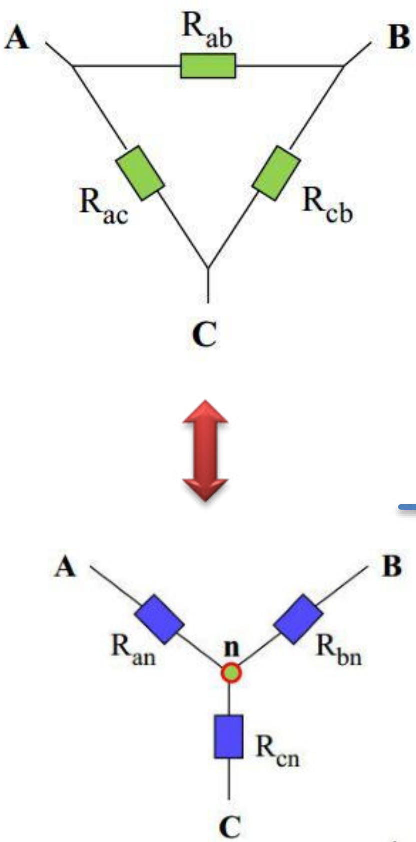
$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2} \qquad I_2 = \frac{E_2}{R_1 + R_2} \qquad I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$$

➢ Théorème de superposition :

Dans un circuit électrique linéaire comprenant plusieurs sources indépendantes, l'intensité de courant électrique dans une branche est égale à la somme algébrique des intensités produites dans cette branche par chacune des sources considérées isolement, les autres sources étant court-circuités.

III.7-Théorème de Kennelly

Le théorème de Kennelly, permet la transformation d'un montage de dipôles de type triangle en montage de type étoile ou visse versa. Ce théorème est utile dans le cas où l'on souhait simplifier des schémas. En réalité il s'agit surtout d'équations simples permettant une équivalence de montage.



- **Transformation Triangle-Etoile**

$$R_{an} = \frac{R_{ab}.R_{ac}}{R_{ab} + R_{cb} + R_{ac}}$$

$$R_{cn} = \frac{R_{ac}.R_{cb}}{R_{ab} + R_{cb} + R_{ac}}$$

$$R_{bn} = \frac{R_{ab}.R_{cb}}{R_{ab} + R_{cb} + R_{ac}}$$

- **Transformation Etoile-Triangle**

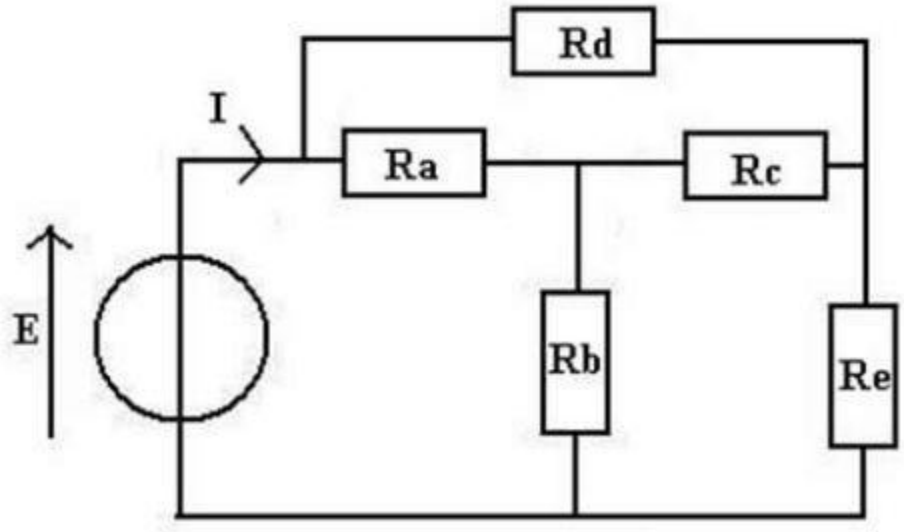
$$R_{ac} = \frac{R_{bn}.R_{an} + R_{bn}.R_{cn} + R_{cn}.R_{an}}{R_{bn}}$$

$$R_{ab} = \frac{R_{cn}.R_{an} + R_{cn}.R_{bn} + R_{bn}.R_{an}}{R_{cn}}$$

$$R_{cb} = \frac{R_{an}.R_{bn} + R_{an}.R_{cn} + R_{bn}.R_{cn}}{R_{an}}$$

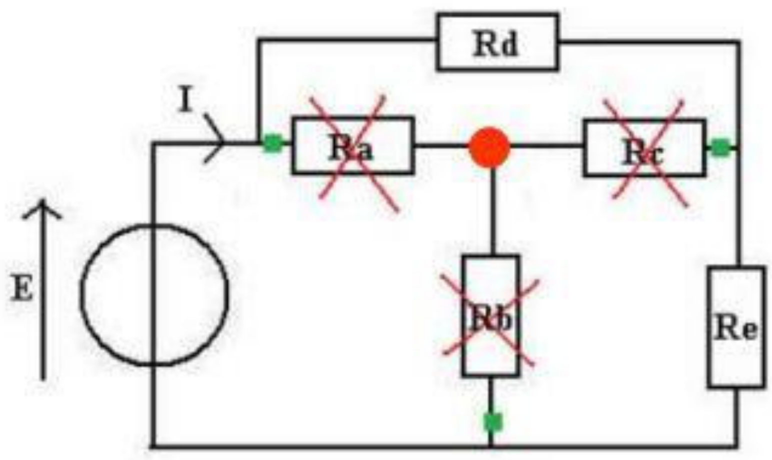
Application:

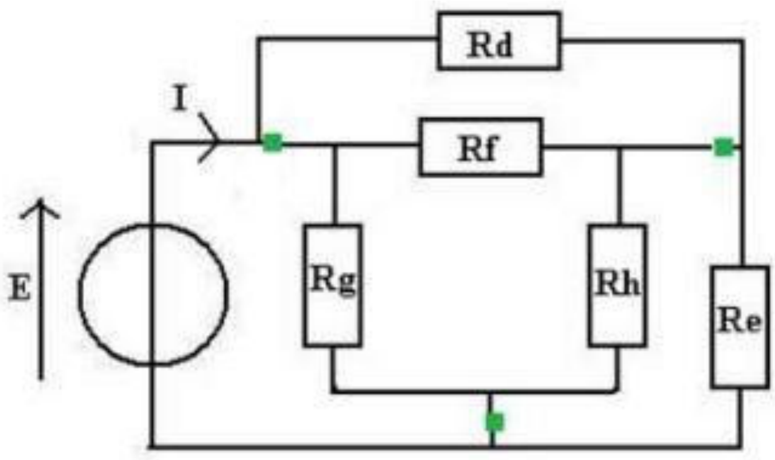
Trouvez la représentation en circuit équivalente à la structure suivante:



Solution:

Nous allons simplifier le schéma en remplacent l'étoile (Ra, Rb et Rc) par un triangle (Rf, Rg et Rh). Parfois les montages sont très complexes ainsi il faut procéder méthodiquement, marquer les points de l'étoile (points verts), rayer les trois résistances à modifier puis relier les points avec de nouvelles résistances (Rf, Rg et Rh). Nous notons la disparition du nœud central de l'étoile (point rouge), attention Kennelly ne s'applique pas si ce nœud est connecté à un 4éme élément



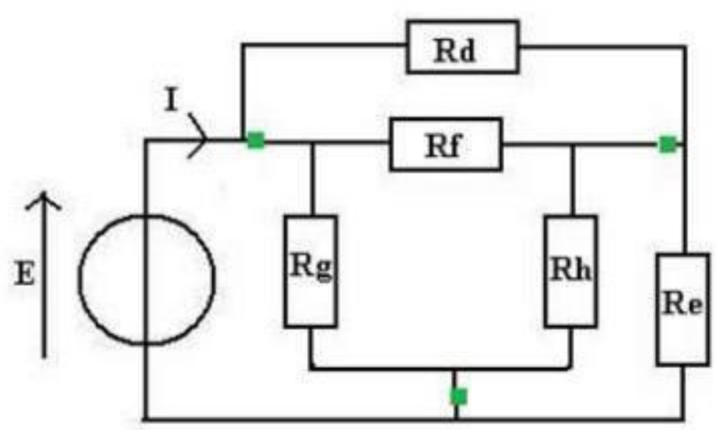


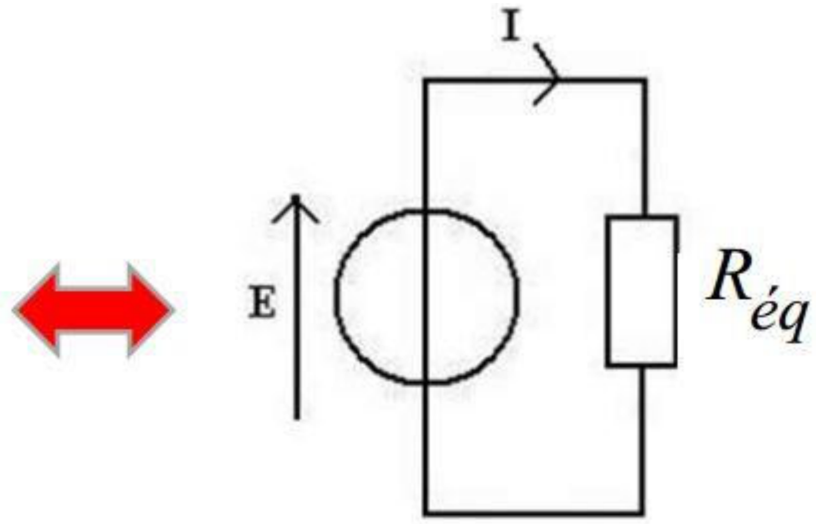
Solution:

A partir de là, Réq= {[(Rd parallèle Rf) en série avec (Rh parallèle Re)] parallèle Rg}.

Autrement:

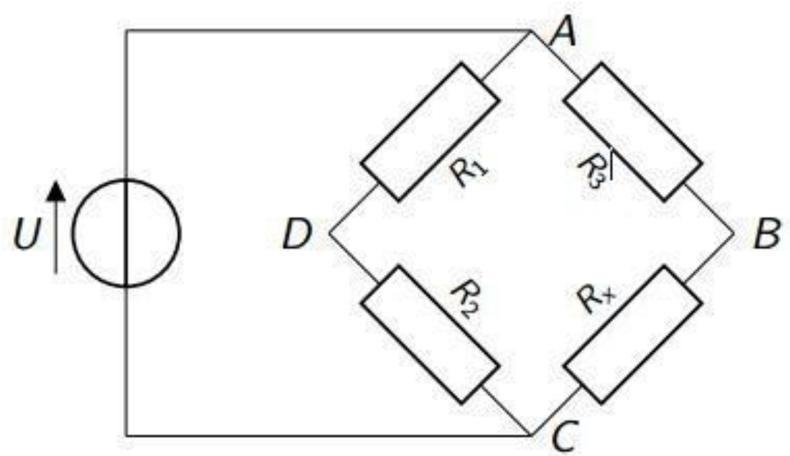
Réq = {[(Rd // Rf) + (Rh// Re)] // Rg}

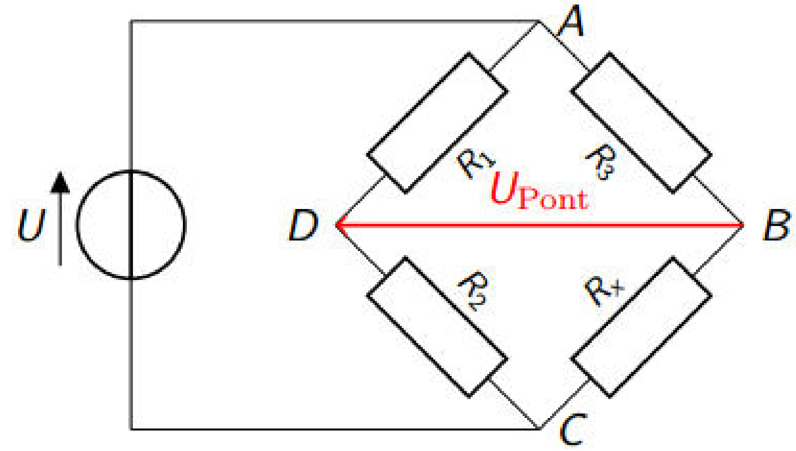




III.8-Pont de Weatstone

Le pont de Wheatstone est un instrument de mesure de résistance. Il permet de déterminer la valeur d'une résistance inconnue grâce à trois autres résistances connues.





Lorsque U_{Pont} vaut 0, alors le pont est dit à l'équilibre. On peut alors déterminer Rx:

$$R_X = R_2 . R_3 / R_1$$